

Prof. Dr. G. Meinhardt
6. Stock, Wallstr. 3
(Raum 06-206)

Sprechstunde jederzeit
nach Vereinbarung und
nach der Vorlesung.

Mathematische und statistische Methoden I

Dr. Malte Persike

✉ persike@uni-mainz.de

🌐 <http://psymet03.sowi.uni-mainz.de/methods/>

WS 2010/2011

Fachbereich Sozialwissenschaften

Psychologisches Institut

Johannes Gutenberg Universität Mainz



Das Summenzeichen Σ

Notation

- ⊕ Sei X eine Variable mit k möglichen Ausprägungen
- ⊕ An n Merkmalsträgern werden nun die Beobachtungen x_1, x_2, \dots, x_n erhoben
- ⊕ Die Summe aller n Beobachtungen ist definiert als

$$\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$



Das Summenzeichen Σ

Rechenregeln

1. Multiplikation jeder Beobachtung mit einer Konstanten

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n (a \cdot x_i) &= a \cdot x_1 + a \cdot x_2 + \dots + a \cdot x_n \\ &= a \cdot (x_1 + x_2 + \dots + x_n) \\ &= a \cdot \sum_{i=1}^n x_i\end{aligned}$$

mit $a = \text{const.}$



Das Summenzeichen Σ

Rechenregeln

2. Summation einer Konstanten

$$\sum_{i=1}^n b = \underbrace{b + b + \dots + b}_{n\text{-mal}} \\ = n \cdot b$$

mit $b = \text{const.}$



Das Summenzeichen Σ

Rechenregeln

3. Addition einer Konstanten zu jeder Beobachtung

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n (x_i + b) &= x_1 + b + x_2 + b + \dots + x_n + b \\ &= x_1 + x_2 + \dots + x_n + \underbrace{b + b + \dots + b}_{n\text{-mal}} \\ &= \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n b = \sum_{i=1}^n x_i + n \cdot b\end{aligned}$$

mit $b = \text{const.}$



Das Summenzeichen Σ

Rechenregeln

4. Addition zweier Variablen

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n (x_i + y_i) &= x_1 + y_1 + x_2 + y_2 + \dots + x_n + y_n \\ &= x_1 + x_2 + \dots + x_n + y_1 + y_2 + \dots + y_n \\ &= \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i\end{aligned}$$

Das Summenzeichen Σ

Rechenregeln

5. Verbindung von Multiplikation und Addition einer Konstanten

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n (a \cdot x_i + b) &= a \cdot \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n b \\ &= a \cdot \sum_{i=1}^n x_i + n \cdot b\end{aligned}$$

mit $a, b = \text{const.}$



Das Summenzeichen Σ

Geschachtelte Summen - Notation

- ⊕ Sei X eine Variable mit k möglichen Ausprägungen und Y eine Variable mit m möglichen Ausprägungen
- ⊕ An n Merkmalsträgern werden die Verbundhäufigkeiten $h(x_i, y_j)$ erhoben, wobei $i=1\dots k$ und $j=1\dots m$
- ⊕ Die Summe aller Verbundhäufigkeiten ist

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m h(x_i, y_j) = h(x_1, y_1) + h(x_1, y_2) + \dots + h(x_1, y_m) +$$
$$h(x_2, y_1) + h(x_2, y_2) + \dots + h(x_2, y_m) +$$
$$\dots +$$
$$h(x_k, y_1) + h(x_k, y_2) + \dots + h(x_k, y_m)$$

Das Summenzeichen Σ

Geschachtelte Summen - Rechenregeln

1. Kommutativgesetz

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m h(x_i, y_j) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^k h(x_i, y_j)$$

2. Keine Trennung von geschachtelten Summen

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m h(x_i, y_j) \neq \underbrace{\sum_{i=1}^k h(x_i, y_j) + \sum_{j=1}^m h(x_i, y_j)}_{\text{nicht definiert}}$$